Cauchy 完備化

alg-d
http://alg-d.com/math/category/

2016 年 5 月 15 日

余完備な V-豊穣圏 $\mathcal{C}$ に対して，small projective な対象からなる充満部分 V-豊穣圏 $\mathcal{A} \subset \mathcal{C}$ で，包含関手が strongly generating になるものがあれば，$\widehat{\mathcal{A}} \cong \mathcal{C}$ となるのであった．そこで次の定義をする．

定義. 小 V-豊穣圏 $\mathcal{C}$ に対して充満部分 V-豊穣圏 $\bar{\mathcal{C}} \subset \widehat{\mathcal{C}}$ を $\mathrm{Ob}(\bar{\mathcal{C}}) := \{F \in \widehat{\mathcal{C}} \mid F$ は small projective $\}$ で定める．$\bar{\mathcal{C}}$ を $\mathcal{C}$ の Cauchy 完備化という．[*1]

命題 1. $c \in \mathcal{C}$ に対して $y(c) \in \widehat{\mathcal{C}}$ は small projective.

証明. $\widehat{\mathcal{C}}(y(c), -) \colon \widehat{\mathcal{C}} \longrightarrow \mathcal{V}$ が余連続であることを示せばよいが，$\widehat{\mathcal{C}}(y(c), -) \cong \mathrm{ev}_c$ は余連続である． $\square$

定理 2. 米田埋込 $y \colon \mathcal{C} \longrightarrow \widehat{\mathcal{C}}$ は埋込 $y \colon \mathcal{C} \longrightarrow \bar{\mathcal{C}}$ を定める． $\square$

定理 3. $\widehat{\bar{\mathcal{C}}} \cong \widehat{\mathcal{C}}$.

証明. $F \colon \bar{\mathcal{C}} \longrightarrow \widehat{\mathcal{C}}$ を包含関手とすれば次の随伴を得る．

$$\begin{tikzcd}
\widehat{\bar{\mathcal{C}}} \arrow[dr, shift left=2, "y^\dagger F"] \arrow[dr, phantom, "\perp"] & \\
\bar{\mathcal{C}} \arrow[u, "y"] \arrow[r, "F"'] & \widehat{\mathcal{C}} \arrow[ul, shift left=2, "F^\dagger y"]
\end{tikzcd}$$

$\bar{\mathcal{C}}$ は small projective な対象からなるので，F が strongly generating であることを示せばよい．それには F が稠密であることを示せばよい． $\square$

[*1] Cauchy 完備化という名前はこの例による．

例. (X,d) を距離空間として，通常の Cauchy 列による完備化を $(\widetilde{X},d)$ とする．(X,d) を小 $\overline{\mathbb{R}}_+$-豊穣圏とみなして Cauchy 完備化 $\overline{X}$ を考える．

$a\in\widetilde{X}$ に対して関数 $f_a\colon X\longrightarrow\overline{\mathbb{R}}_+$ を $f_a(x):=d(a,x)$ で定める．これは $\overline{\mathbb{R}}_+$-関手 $f_a\colon X\longrightarrow\overline{\mathbb{R}}_+$ とみなせる．このとき $f_a\in\overline{X}$ が分かる．これにより関数 $F\colon \mathrm{Ob}(\widetilde{X})\longrightarrow \mathrm{Ob}(\overline{X})$ が $F(a):=f_a$ により定まる．これは $\overline{\mathbb{R}}_+$-関手 $F\colon\widetilde{X}\longrightarrow\overline{X}$ を与える．これは忠実充満かつ本質的全射となる．故に距離空間を $\overline{\mathbb{R}}_+$-豊穣圏とみなしたとき，その Cauchy 完備化とは Cauchy 列による完備化と一致する． □

以下，$V=\mathbf{Set}$ の場合を考える．

定義. 圏 C において，対象 $x\in C$ が $c\in C$ のレトラクト
$\Longleftrightarrow i\colon x\longrightarrow c,\ r\colon c\longrightarrow x$ が存在して $r\circ i=\mathrm{id}_x$ となる．

定義. C を圏とする．

(1) C の射 $e\colon c\longrightarrow c$ が idempotent $\Longleftrightarrow e\circ e=e$.
(2) idempotent $e\colon c\longrightarrow c$ が分裂する
$\Longleftrightarrow c$ のレトラクト $i\colon x\longrightarrow c,\ r\colon c\longrightarrow x$ が存在して $e=i\circ r$ と書ける．

補題 4. 圏 C の idempotent $e\colon c\longrightarrow c$ に対して以下の条件は同値.

(1) $e=i\circ r$ と分裂する．
(2) e と id_c の equalizer i が存在する．
(3) e と id_c の coequalizer r が存在する．

従って $e=i\circ r$ と分裂するとき，i はモノ射，r はエピ射である．更に i は絶対 equalizer, r は絶対 coequalizer となる．

証明. $(1\Longrightarrow 2)$ $i\colon x\longrightarrow c,\ r\colon c\longrightarrow x$ をレトラクトで $e=i\circ r$ とする．このとき図式

$$\begin{tikzcd} x \arrow[r, "i"] & c \arrow[r, shift left, "r"] \arrow[rr, shift right, "\mathrm{id}_c"'] & x \arrow[r, shift left, "i"] & c \end{tikzcd}$$

が equalizer であることを示す．まず $r\circ i=\mathrm{id}_x$ だから $(i\circ r)\circ i=i$ である．次に射

$f\colon a \longrightarrow c$ で $(i \circ r) \circ f = f$ となるものを任意に取る．

$$\begin{tikzcd}
x \arrow[r, "i"] & c \arrow[r, "r"] \arrow[rr, bend right, "\mathrm{id}_c"'] & x \arrow[r, "i"] & c \\
c \arrow[u, dashed, "r"] & & & \\
a \arrow[u, dashed, "f"] \arrow[uur, "f"'] & & &
\end{tikzcd}$$

このとき点線のように $h := r \circ f\colon a \longrightarrow x$ を取れば可換となる．逆に h が $i \circ h = f$ を満たせば $r \circ f = r \circ i \circ h = h$ となるから，このような h は一意である．

(2 $\Longrightarrow$ 1) e と id_c の equalizer $i\colon x \longrightarrow c$ が存在するとする．

$$\begin{tikzcd}
x \arrow[r, "i"] & c \arrow[r, shift left, "e"] \arrow[r, shift right, "\mathrm{id}_c"'] & c \\
c \arrow[u, dashed, "r"] \arrow[ur, "e"'] & &
\end{tikzcd}$$

$e \circ e = e$ だから，i の普遍性により $r\colon c \longrightarrow x$ が一意に存在して $i \circ r = e$ となる．故に i, r がレトラクトを与えることを示せばよい．

i の取り方から $i \circ r \circ i = e \circ i = i$ だから次の三角形は可換となる．

$$\begin{tikzcd}
x \arrow[r, "i"] & c \arrow[r, shift left, "e"] \arrow[r, shift right, "\mathrm{id}_c"'] & c \\
c \arrow[u, "r"] & & \\
x \arrow[u, "i"] \arrow[uur, "i"'] & &
\end{tikzcd}$$

よって i の普遍性から $r \circ i = \mathrm{id}_x$ でなければならない．

(1 $\Longleftrightarrow$ 3) 同様.

また $e = i \circ r$ が分裂する idempotent で $F\colon C \longrightarrow D$ を関手とする．次が equalizer であることを示せばよい．

$$Fx \xrightarrow{Fi} Fc \underset{\mathrm{id}_{Fc}}{\overset{Fe}{\rightrightarrows}} Fc$$

$e \circ e = e$ だから $Fe \circ Fe = Fe$ である．即ち Fe も idempotent である．$f\colon a \longrightarrow Fc$ を

$Fe \circ f = f$ となるように取る．

$$
\begin{tikzcd}
Fx \arrow[r, "Fi"] & Fc \arrow[r, shift left, "Fe"] \arrow[r, shift right, "\mathrm{id}_{Fc}"'] & Fc \\
Fc \arrow[u, dashed, "Fr"] & & \\
a \arrow[u, dashed, "f"] \arrow[uur, "f"'] & &
\end{tikzcd}
$$

$h := Fr \circ f$ とすれば $Fi \circ Fr \circ f = F(i \circ r) \circ f = Fe \circ f = f$ だから可換である．逆に $h\colon a \longrightarrow Fx$ が $Fi \circ h = f$ を満たせば $Fr \circ f = Fr \circ Fi \circ h = F(r \circ i) \circ h = h$ となるから，このような h は一意である． □

命題 5. $P \in \widehat{C}$ が small projective $\Longleftrightarrow$ F はある $c \in C$ に対する $y(c)$ のレトラクト．

証明. ($\Longrightarrow$) $P \in \widehat{C}$ を small projective とする．$P \cong \operatorname*{colim}_{\langle c,\alpha\rangle \in y\downarrow P} y(c)$ と書ける．よって

$$\mathrm{Hom}_{\widehat{C}}(P, P) \cong \mathrm{Hom}_{\widehat{C}}(P, \operatorname*{colim}_{\langle c,\alpha\rangle \in y\downarrow P} y(c)) \cong \operatorname*{colim}_{\langle c,\alpha\rangle \in y\downarrow P} \mathrm{Hom}_{\widehat{C}}(P, y(c))$$

で，$\mathrm{Hom}_{\widehat{C}}(P, P) \neq \emptyset$ だから，ある $\langle c, \alpha\rangle \in y\downarrow P$ と $\beta \in \mathrm{Hom}_{\widehat{C}}(P, y(c))$ が存在する．このとき $\alpha \circ \beta = \mathrm{id}_F$ だから P は $y(c)$ のレトラクトである．

($\Longleftarrow$) $\iota\colon P \Longrightarrow y(c)$，$\alpha\colon y(c) \Longrightarrow P$ を $y(c)$ のレトラクトとする．J を小圏として $T\colon J \longrightarrow \widehat{C}$ を関手とする．$\operatorname{colim} \mathrm{Hom}(P, T-) \cong \mathrm{Hom}(P, \operatorname{colim} T)$ を示す．

補題 4 により次の図式は絶対 equalizer である．

$$
\begin{tikzcd}
P \arrow[r, "\alpha"] & y(c) \arrow[r, "\alpha"] \arrow[rr, "\mathrm{id}_{y(c)}"'] & P \arrow[r, "\iota"] & y(c)
\end{tikzcd}
$$

よって次の図式も coequalizer である．

$$\mathrm{Hom}_{\widehat{C}}(y(c), \operatorname{colim} T) \rightrightarrows \mathrm{Hom}_{\widehat{C}}(y(c), \operatorname{colim} T) \longrightarrow \mathrm{Hom}_{\widehat{C}}(P, \operatorname{colim} T)$$

$$\mathrm{Hom}_{\widehat{C}}(y(c), Tj) \rightrightarrows \mathrm{Hom}_{\widehat{C}}(y(c), Tj) \longrightarrow \mathrm{Hom}_{\widehat{C}}(P, Tj)$$

$y(c)$ は small projective なので次の図式も coequalizer である．

$$\operatorname{colim} \mathrm{Hom}_{\widehat{C}}(y(c), T-) \rightrightarrows \operatorname{colim} \mathrm{Hom}_{\widehat{C}}(y(c), T-) \longrightarrow \mathrm{Hom}_{\widehat{C}}(P, \operatorname{colim} T)$$

coequalizer は余極限と交換するから次の図式も coequalizer である．

$$\operatorname{colim}\operatorname{Hom}_{\widehat{C}}(y(c),T-) \rightrightarrows \operatorname{colim}\operatorname{Hom}_{\widehat{C}}(y(c),T-) \longrightarrow \operatorname{colim}\operatorname{Hom}_{\widehat{C}}(P,T)$$

よって coequalizer の一意性から $\operatorname{Hom}_{\widehat{C}}(P,\operatorname{colim}T) \cong \operatorname{colim}\operatorname{Hom}_{\widehat{C}}(P,T)$ である． □

故に

定理 6. $\overline{C} = \{P \in \widehat{C} \mid P$ はある $y(c)$ のレトラクト $\}$ であり，故に $\overline{C}$ は小圏である． □

定理 7. $\overline{C}$ の任意の idiempotent が分裂する．

証明. $P \in \overline{C}$ で，$\theta\colon P \Longrightarrow P$ が idempotent だとする．$P \in \widehat{C}$ だから，ある $c \in C$ と $\iota\colon P \Longrightarrow y(c)$，$\beta\colon y(c) \Longrightarrow P$ が存在して $\beta \circ \iota = \mathrm{id}_P$ となる．

$\widehat{C}$ は余完備だから, idempotent θ は $\widehat{C}$ の中で分裂する．即ち $\iota'\colon Q \Longrightarrow P, \beta\colon P \Longrightarrow Q$ が存在して $\beta\circ\iota' = \mathrm{id}_Q, \iota'\circ\beta = \theta$ と書ける．このとき $\iota\circ\iota'\colon Q \Longrightarrow y(c), \beta\circ\alpha\colon y(c) \Longrightarrow Q$ はレトラクトを与えるから，$Q \in \overline{C}$ である．よって P は $\overline{C}$ の中で分裂する． □

定義. C が Cauchy 完備 $\Longleftrightarrow y\colon C \longrightarrow \overline{C}$ が圏同値を与える．

定理 8. 小圏 C に対して以下の条件は同値.

(1) C は Cauchy 完備
(2) C の任意の idempotent が分裂する
(3) J を小圏，$T\colon J \longrightarrow C$ を関手とする．余極限 $\operatorname{colim} y \circ T$ が絶対余極限ならば $\operatorname{colim} T \in C$ である．

証明. $(1 \Longrightarrow 2)$ 明らか.

$(2 \Longrightarrow 1)$ C の任意の idempotent が分裂するとする．$\iota\colon P \Longrightarrow y(c)$ を $\alpha\colon y(c) \Longrightarrow P$ を $y(c)$ のレトラクトとする．$\iota \circ \alpha\colon y(c) \Longrightarrow y(c)$ だから，ある $e\colon c \longrightarrow c$ が存在して $y(e) = \iota \circ \alpha$ となる．$\iota \circ \alpha$ が idempotent だから e も idempotent で，よって分裂するから $i\colon x \longrightarrow c$，$r\colon c \longrightarrow x$，$r \circ i = \mathrm{id}_x$，$i \circ r = e$ と書ける．このとき $y(i)\colon y(x) \Longrightarrow y(c)$，$y(r)\colon y(c) \Longrightarrow y(x)$ はレトラクトで $\iota \circ \alpha = y(i) \circ y(r)$ となるから，補題 4 と equalizer の一意性により $P \cong y(x)$ である．よって $\overline{C} \cong C$ が分かる．

$(1 \Longrightarrow 3)$ $\langle P, \mu\rangle$ を $y \circ T$ の余極限とすると

$$\operatorname{Hom}_{\widehat{C}}(P,P) \cong \operatorname{Hom}_{\widehat{C}}(P,\operatorname{colim}(y\circ T)) \cong \operatorname{colim}\operatorname{Hom}_{\widehat{C}}(P,y(T-))$$

で $\operatorname{Hom}_{\widehat{C}}(P,P) \neq \emptyset$ だから，ある $j \in J$ と $\alpha \in \operatorname{Hom}_{\widehat{C}}(P,y(Tj))$ が存在する．

$\mu_j\colon y(Tj) \Longrightarrow P$ は $\mu_j \circ \alpha = \mathrm{id}_P$ を満たす．よって P は $y(Tj)$ のレトラクトであり，$P \in \overline{C} \cong C$ となる．

(3 $\Longrightarrow$ 1) $P \in \widehat{C}$ をある $y(c)$ のレトラクトとすると，補題 4 により，P はある $T\colon J \longrightarrow C$ に対する，絶対余極限 $\mathrm{colim}(y \circ T)$ で書ける．よって仮定 3 より $P \in C$ である． □

定義. $F\colon C \longrightarrow D$ を関手として，λ は正則基数を表すとする．

(1) 圏 C が λ-余フィルター圏
$\Longleftrightarrow$ $T\colon J \longrightarrow C$ が関手で $|\mathrm{Mor}(J)| < \lambda$ を満たすならば，ある $c \in C$ と自然変換 $\Delta c \Longrightarrow T$ が存在する．

(2) F が λ-平坦
$\Longleftrightarrow$ 任意の $d \in D$ に対して $d{\downarrow}F$ が λ-余フィルター圏.

(3) F が絶対平坦 $\Longleftrightarrow$ 任意の λ に対して F が λ-平坦.

定理 9. C, D を圏とする．C は Cauchy 完備で $F\colon C \longrightarrow D$ を絶対平坦関手とし，更に solution set condition を満たすとする．このとき F は左随伴を持つ．

証明. 任意の $d \in D$ に対して $d{\downarrow}F$ が始対象を持つ事を示せばよい．

$\because$) $d{\downarrow}F$ が始対象 $\langle c, f\rangle$ を持てば極限 $\lim(d{\downarrow}F \xrightarrow{\pi} C \xrightarrow{\mathrm{id}} C)$ は存在し $\lim(d{\downarrow}F \xrightarrow{\pi} C \xrightarrow{\mathrm{id}} C) = c$ となる．

$$
\begin{tikzcd}
\mathbf{1} \arrow[r, "d"] \arrow[dr, phantom, "\Searrow"] & D & \\
d{\downarrow}F \arrow[u] \arrow[r, "\pi"'] & C \arrow[u, "F"'] \arrow[r, "\mathrm{id}_C"'] & C
\end{tikzcd}
$$

よって右 Kan 拡張 $F^{\ddagger}\mathrm{id}_C$ が存在する．また極限 $\lim(d{\downarrow}F \xrightarrow{\pi} C \xrightarrow{\mathrm{id}} C \xrightarrow{F} D)$ も存在して $\lim(d{\downarrow}F \xrightarrow{\pi} C \xrightarrow{\mathrm{id}} C \xrightarrow{F} D) = Fc$ となるから $F \circ (F^{\ddagger}\mathrm{id}_C) = F^{\ddagger}(F \circ \mathrm{id}_C)$ が分かる．即ち F は右 Kan 拡張 $F^{\ddagger}\mathrm{id}_C$ と交換するから $F^{\ddagger}\mathrm{id}_C \dashv F$ である．

$d \in D$ を取り $S \subset \mathrm{Ob}(d{\downarrow}F)$ を solution set とする．S を離散圏と思って包含関手 $I\colon S \longrightarrow d{\downarrow}F$ を考えれば，F が絶対平坦だからある $\langle c, f\rangle \in d{\downarrow}F$ と $\alpha\colon \Delta\langle c, f\rangle \Longrightarrow I$

が存在する．

$$\begin{tikzcd}
s & & & Fs \\
c \arrow[u, "\alpha_s"] \arrow[d, "\alpha_{s'}"'] & d \arrow[urr, bend left, "k"] \arrow[rr, "f"] \arrow[drr, bend right, "k'"'] & & Fc \arrow[u, "F\alpha_s"'] \arrow[d, "F\alpha_{s'}"'] \\
s' & & & Fs'
\end{tikzcd}$$

$\{\langle c,f\rangle\} \subset d{\downarrow}F$ を充満部分圏とみなして包含関手 $J\colon \{\langle c,f\rangle\} \longrightarrow d{\downarrow}F$ を考えれば, 再び F の絶対平坦性よりある $\langle c',f'\rangle \in d{\downarrow}F$ と $\beta\colon \Delta\langle c',f'\rangle \Longrightarrow J$ が存在する．$u := \beta_{\langle c',f'\rangle}$ と置く．

$$\begin{tikzcd}
s & & & Fs \\
c \arrow[u, "\alpha_s"] & d \arrow[urr, bend left, "k"] \arrow[rr, "f"] \arrow[drr, bend right, "f'"'] & & Fc \arrow[u, "F\alpha_s"'] \\
c' \arrow[u, "u"] & & & Fc' \arrow[u, "Fu"']
\end{tikzcd}$$

任意の射 $e\colon \langle c,f\rangle \longrightarrow \langle c,f\rangle$ に対して $e \circ u = u$ である．S が solution set だから，ある $\langle s,k\rangle \in S$ と $v\colon s \longrightarrow c'$ が存在して $Fv \circ k = f'$ となる．

$$\begin{tikzcd}
s \arrow[dd, bend left=90, "v"] & & & Fs \arrow[dd, bend left=90, "Fv"] \\
c \arrow[u, "\alpha_s"] & d \arrow[urr, bend left, "k"] \arrow[rr, "f"] \arrow[drr, bend right, "f'"'] & & Fc \arrow[u, "F\alpha_s"'] \\
c' \arrow[u, "u"] & & & Fc' \arrow[u, "Fu"']
\end{tikzcd}$$

u の性質から $u \circ v \circ \alpha_s$ が idempotent であることが分かる．今 C が Cauchy 完備だから，ある $x \in C$，$i\colon x \longrightarrow c$，$r\colon c \longrightarrow x$ が存在して $r \circ i = \mathrm{id}_x$，$i \circ r = u \circ v \circ \alpha_s$ と書ける．

$$\begin{tikzcd}
s \arrow[dd, bend left=90, "v"] & & d & & Fs \arrow[dd, bend left=90, "Fv"] & \\
c \arrow[u, "\alpha_s"] \arrow[r, bend left, "r"] & x \arrow[l, bend left, "i"] & d \arrow[urr, bend left, "k"] \arrow[rr, "f"] \arrow[drr, bend right, "f'"'] & & Fc \arrow[u, "F\alpha_s"'] \arrow[r, bend left, "Fr"] & Fx \arrow[l, bend left, "Fi"] \\
c' \arrow[u, "u"] & & & & Fc' \arrow[u, "Fu"'] &
\end{tikzcd}$$

$h := Fr \circ f$ と置けば $\langle x,h\rangle \in d{\downarrow}F$ である．このとき射 $\langle x,h\rangle \longrightarrow \langle x,h\rangle$ は id_x しかない．

∵) $w\colon \langle x,h\rangle \longrightarrow \langle x,h\rangle$ を射とする．即ち $w\colon x \longrightarrow x$ で $Fw\circ h = h$ である．このとき

$$\begin{aligned} i\circ w\circ r &= i\circ w\circ (r\circ i)\circ r \\ &= i\circ w\circ r\circ u\circ v\circ \alpha_s \\ &= i\circ r\circ u\circ v\circ \alpha_s \\ &= i\circ r\circ i\circ r \\ &= i\circ \mathrm{id}_x\circ r \end{aligned}$$

今 i がモノで r がエピだから $w = \mathrm{id}_x$ である．

$\langle x,h\rangle$ が始対象であることを示せばよい．その為に任意の $\langle z,l\rangle \in d{\downarrow}F$ を取る．S が solution set だから $\langle s',k'\rangle \in S$ と射 $v'\colon \langle s',k'\rangle \longrightarrow \langle z,l\rangle$ が存在する．従って射 $\langle x,h\rangle \xrightarrow{i} \langle c,f\rangle \xrightarrow{\alpha_{s'}} \langle s',k'\rangle \xrightarrow{v'} \langle z,l\rangle$ が存在する．次に $p,q\colon \langle x,h\rangle \longrightarrow \langle z,l\rangle$ を射とすると F の絶対平坦性からある $\langle c'',f''\rangle \in d{\downarrow}F$ と $g\colon \langle c'',f''\rangle \longrightarrow \langle x,h\rangle$ で $p\circ g = q\circ g$ を満たすものが取れる．

$$\begin{tikzcd}
z & & Fz \\
c \arrow[u, shift right, "p"] \arrow[u, shift left, "q"'] & d \arrow[ur, bend left, "l"] \arrow[r, "h"] \arrow[dr, bend right, "f''"'] & Fc \arrow[u, shift right, "Fp"] \arrow[u, shift left, "Fq"'] \\
c'' \arrow[u, "g"] & & Fc'' \arrow[u, "Fg"]
\end{tikzcd}$$

S が solution set だから $\langle s'',k''\rangle \in S$ と射 $v''\colon \langle s'',k''\rangle \longrightarrow \langle c'',f''\rangle$ が存在する．

$$\begin{tikzcd}
s'' \arrow[drr, bend left=80, "v''"] & z \\
c \arrow[u, "\alpha_{s''}"] \arrow[r, bend left, "r"] & x \arrow[u, shift right, "p"] \arrow[u, shift left, "q"'] \arrow[l, bend left, "i"] \\
& c'' \arrow[u, "g"']
\end{tikzcd}$$

射 $\langle x,h\rangle \longrightarrow \langle x,h\rangle$ は id_x しかなかったから，$g\circ v''\circ \alpha_{s''}\circ i = \mathrm{id}_x$ である．故に

$$p = p\circ g\circ v''\circ \alpha_{s''}\circ i = q\circ g\circ v''\circ \alpha_{s''}\circ i = q$$

となる．従って $\langle x,h\rangle$ が始対象であることが分かった． □

参考文献

[1] F. Borceux and D. Dejean. Cauchy Completion in Category Theory. Cahiers Topologie Géom. Différentielle Catégoriques, 27 (1986), 133–146, http://www.numdam.org/item?id=CTGDC_1986__27_2_133_0